МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А.И. ГЕРЦЕНА»



Направление подготовки

09.03.01 – Информатика и вычислительная техника

Профиль «Технологии разработки программного обеспечения»

**Лабораторная работа №7. Часть 2**

**“Корреляционный анализ. Вычисление коэффициентов корреляции”**

|  | Работу выполнили:  Балаев Жамал,  Васильева Марина,  Иванов Никита,  Шардт Максим,  Рожков Максим  очная форма обучения  курс: 2; группа: ИВТ-1.1 |
| --- | --- |
|  | Научный руководитель:  Профессор Власова Елена Зотиковна |

Санкт-Петербург

2023

## **Содержание**

[ЛР №7. Часть 2. Выполнил Балаев Ж. Б. 3](#_nnr3ru9fslfs)

[Использованные формулы: 3](#_ndo2torp5lfy)

[Задание 2 5](#_gaiicbnbztrj)

[Задание 3 8](#_gaiicbnbztrj)

[ЛР №7. Часть 2. Выполнила Васильева М. А. 11](#_5a83eqqmes8h)

[Использованные формулы: 11](#_68cjtfuc8366)

[Задание 2 13](#_gaiicbnbztrj)

[Задание 3 16](#_ifw59cqf87z4)

[ЛР №7. Часть 2. Выполнил Иванов Н. Р. 19](#_6ik4nouvki1k)

[Использованные формулы: 19](#_mshr3zi77qf5)

[Задание 2 21](#_gaiicbnbztrj)

[Задание 3 24](#_4d3ana1cigwk)

[ЛР №7. Часть 2. Выполнил Рожков М. В. 27](#_eaixi7fylgsm)

[Использованные формулы: 27](#_fvexg1oszlws)

[Задание 2 29](#_gaiicbnbztrj)

[Задание 3 32](#_jzp3awefeau8)

[ЛР №7. Часть 2. Выполнил Шардт М. А. 35](#_qylipb7yp8g3)

[Использованные формулы: 35](#_du2l0fl1uzmw)

[Задание 2 37](#_gaiicbnbztrj)

[Задание 3 40](#_xpfv71yl6bbr)

## **Лабораторная работа №7. Часть 2**

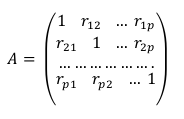
*Выполнил Балаев Ж. Б.*

**Цель работы:** Вычисление коэффициентов корреляции.

**Оборудования:** ПК, Microsoft Excel.

### *Использованные формулы:*

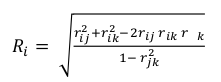
1. Матрица выборочных парных коэффициентов корреляции



1. Выборочный множественный коэффициент корреляции



Для р = 3 из формулы можно получить



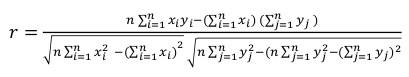
где i ≠ j, i ≠ k, k ≠ j.

1. Множественный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, если статистика



где Fкр - критическое значение распределения Фишера на уровне значимости α при числе степеней свободы k1 = p – 1, k2 = n – p. Здесь n - число одновременных наблюдений величин x1, x2, x3, …. , xp

1. Коэффициенты r вычисляются по данным выборки, формула справедлива, если данные не сгруппированы:



1. Коэффициент корреляции — параметр, который характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

### *Задание 2*

Проведено исследование шести фермерских хозяйств для изучения зависимости урожайности зерновых культур (Z, ц/га) от качества пашни (X, в баллах) и количества внесенных минеральных удобрений на 1 га пашни (Y, кг/га).   
 Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| X | 26 | 35 | 36 | 40 | 41 | 45 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 2.1 | 2.3 | 2.4 | 2.6 | 2.9 | 3.0 |
| Z | 18.0 | 21.0 | 22.1 | 25.3 | 28 | 28.5 |

Определить тесноту связи между величиной Z и величинами X и Y, используя множественный коэффициент корреляции. Проверить на уровне α= 0.05 значимость Rz.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 26 | 2,1 | 18 | 676 | 4,41 | 324 | 54,6 | 468 | 37,8 |
| **2** | 35 | 2,3 | 21 | 1225 | 5,29 | 441 | 80,5 | 735 | 48,3 |
| **3** | 36 | 2,4 | 22,1 | 1296 | 5,76 | 488,41 | 86,4 | 795,6 | 53,04 |
| **4** | 40 | 2,6 | 25,3 | 1600 | 6,76 | 640,09 | 104 | 1012 | 65,78 |
| **5** | 41 | 2,9 | 28 | 1681 | 8,41 | 784 | 118,9 | 1148 | 81,2 |
| **6** | 45 | 3 | 28,5 | 2025 | 9 | 812,25 | 135 | 1282,5 | 85,5 |
| **∑** | 223 | 15,3 | 142,9 | 8503 | 39,63 | 3489,75 | 579,4 | 5441,1 | 371,62 |
| **ср** | 37,16666667 | 2,55 | 23,81666667 | 1417,166667 | 6,605 | 581,625 | 96,56666667 | 906,85 | 61,93666667 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -11,16666667 | -0,45 | -5,816666667 | 124,6944444 | 0,2025 | 33,83361111 | 5,025 | 64,95277778 | 2,6175 |
| **2** | -2,166666667 | -0,25 | -2,816666667 | 4,694444444 | 0,0625 | 7,933611111 | 0,5416666667 | 6,102777778 | 0,7041666667 |
| **3** | -1,166666667 | -0,15 | -1,716666667 | 1,361111111 | 0,0225 | 2,946944444 | 0,175 | 2,002777778 | 0,2575 |
| **4** | 2,833333333 | 0,05 | 1,483333333 | 8,027777778 | 0,0025 | 2,200277778 | 0,1416666667 | 4,202777778 | 0,07416666667 |
| **5** | 3,833333333 | 0,35 | 4,183333333 | 14,69444444 | 0,1225 | 17,50027778 | 1,341666667 | 16,03611111 | 1,464166667 |
| **6** | 7,833333333 | 0,45 | 4,683333333 | 61,36111111 | 0,2025 | 21,93361111 | 3,525 | 36,68611111 | 2,1075 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 214,8333333 | 0,615 | 86,34833333 | 10,75 | 129,9833333 | 7,225 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 64,5 | 35,90264614 | 15,3 | **0,1174199322** |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,9352335389 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,9543547882 |
| **rzy** | 0,9914556998 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,9352335389 | 0,9543547882 |
| 0,9352335389 | 1 | 0,9914556998 |
| 0,9543547882 | 0,9914556998 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9993009381 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,9937137625 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 118,1844341 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдено критическое значение распределения Фишера:

| **Fкр** | 9,55 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t >> Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является заведомо значимым.

| **Ответ** | "Коэффициент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между урожайностью и условиями выращивания культуры является довольно тесной.

### *Задание 3*

При изучении финансовой деятельности компании в течение некоторого времени был собран статистический материал. В таблице содержатся данные о ежемесячной прибыли Z (тыс. усл. ед.) , расходах на рекламу X (тыс. усл. ед.) и вложении капитала в ценные бумаги Y (тыс. усл. ед.).

| Z | 10 | 12 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.2 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
| Y | 0.8 | 0.2 | 1 | 1.2 | 0.9 | 1 | 1.1 |

Определить тесноту связи между переменной Z и переменными X и Y с помощью выборочного множественного коэффициента корреляции R и определить его значимость на уровне α = 0.05.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 0,2 | 0,8 | 10 | 100 | 0,64 | 100 | 8 | 2 | 8 |
| **2** | 0,5 | 0,2 | 12 | 144 | 0,04 | 144 | 2,4 | 6 | 2,4 |
| **3** | 0,3 | 1 | 12 | 144 | 1 | 144 | 12 | 3,6 | 12 |
| **4** | 0,5 | 1,2 | 14 | 196 | 1,44 | 196 | 16,8 | 7 | 16,8 |
| **5** | 0,5 | 0,9 | 16 | 256 | 0,81 | 256 | 14,4 | 8 | 14,4 |
| **6** | 0,6 | 1 | 17 | 289 | 1 | 289 | 17 | 10,2 | 17 |
| **7** | 0,8 | 1,1 | 18 | 324 | 1,21 | 324 | 19,8 | 14,4 | 19,8 |
| **∑** | 3,4 | 6,2 | 99 | 1453 | 6,14 | 1453 | 90,4 | 51,2 | 90,4 |
| **ср** | 0,4857142857 | 0,8857142857 | 14,14285714 | 207,5714286 | 0,8771428571 | 207,5714286 | 12,91428571 | 7,314285714 | 12,91428571 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -0,2857142857 | -0,08571428571 | -4,142857143 | 0,08163265306 | 0,007346938776 | 17,16326531 | 0,02448979592 | 1,183673469 | 0,3551020408 |
| **2** | 0,01428571429 | -0,6857142857 | -2,142857143 | 0,0002040816327 | 0,4702040816 | 4,591836735 | -0,009795918367 | -0,0306122449 | 1,469387755 |
| **3** | -0,1857142857 | 0,1142857143 | -2,142857143 | 0,03448979592 | 0,01306122449 | 4,591836735 | -0,0212244898 | 0,3979591837 | -0,2448979592 |
| **4** | 0,01428571429 | 0,3142857143 | -0,1428571429 | 0,0002040816327 | 0,0987755102 | 0,02040816327 | 0,004489795918 | -0,002040816327 | -0,04489795918 |
| **5** | 0,01428571429 | 0,01428571429 | 1,857142857 | 0,0002040816327 | 0,0002040816327 | 3,448979592 | 0,0002040816327 | 0,02653061224 | 0,02653061224 |
| **6** | 0,1142857143 | 0,1142857143 | 2,857142857 | 0,01306122449 | 0,01306122449 | 8,163265306 | 0,01306122449 | 0,3265306122 | 0,3265306122 |
| **7** | 0,3142857143 | 0,2142857143 | 3,857142857 | 0,0987755102 | 0,04591836735 | 14,87755102 | 0,06734693878 | 1,212244898 | 0,8265306122 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 0,2285714286 | 0,6485714286 | 52,85714286 | 0,07857142857 | 3,114285714 | 2,714285714 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 611,72 | 100,7940474 | 6,2 | 0,9788724496 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,2040679359 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,8959744808 |
| **rzy** | 0,4635801295 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,2040679359 | 0,8959744808 |
| 0,2040679359 | 1 | 0,4635801295 |
| 0,8959744808 | 0,4635801295 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9432915032 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,8874013295 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 7,410928557 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдена критическое значение распределения Фишера

| **Fкр** | 6,94 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t > Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является значимым.

| **Вывод** | "Коэффицент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между прибылью и рекламой и вложениями в ценные бумаги является довольно тесной.

## **Лабораторная работа №7. Часть 2**

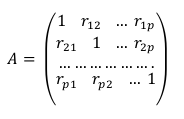
*Выполнила Васильева М. А.*

**Цель работы:** Вычисление коэффициентов корреляции.

**Оборудования:** ПК, Microsoft Excel.

### *Использованные формулы:*

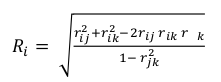
1. Матрица выборочных парных коэффициентов корреляции



1. Выборочный множественный коэффициент корреляции



Для р = 3 из формулы можно получить



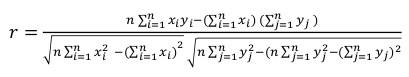
где i ≠ j, i ≠ k, k ≠ j.

1. Множественный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, если статистика



где Fкр - критическое значение распределения Фишера на уровне значимости α при числе степеней свободы k1 = p – 1, k2 = n – p. Здесь n - число одновременных наблюдений величин x1, x2, x3, …. , xp

1. Коэффициенты r вычисляются по данным выборки, формула справедлива, если данные не сгруппированы:



1. Коэффициент корреляции — параметр, который характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

### *Задание 2*

Проведено исследование шести фермерских хозяйств для изучения зависимости урожайности зерновых культур (Z, ц/га) от качества пашни (X, в баллах) и количества внесенных минеральных удобрений на 1 га пашни (Y, кг/га).   
 Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| X | 26 | 35 | 36 | 40 | 41 | 45 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 2.1 | 2.3 | 2.4 | 2.6 | 2.9 | 3.0 |
| Z | 18.0 | 21.0 | 22.1 | 25.3 | 28 | 28.5 |

Определить тесноту связи между величиной Z и величинами X и Y, используя множественный коэффициент корреляции. Проверить на уровне α= 0.05 значимость Rz.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 26 | 2,1 | 18 | 676 | 4,41 | 324 | 54,6 | 468 | 37,8 |
| **2** | 35 | 2,3 | 21 | 1225 | 5,29 | 441 | 80,5 | 735 | 48,3 |
| **3** | 36 | 2,4 | 22,1 | 1296 | 5,76 | 488,41 | 86,4 | 795,6 | 53,04 |
| **4** | 40 | 2,6 | 25,3 | 1600 | 6,76 | 640,09 | 104 | 1012 | 65,78 |
| **5** | 41 | 2,9 | 28 | 1681 | 8,41 | 784 | 118,9 | 1148 | 81,2 |
| **6** | 45 | 3 | 28,5 | 2025 | 9 | 812,25 | 135 | 1282,5 | 85,5 |
| **∑** | 223 | 15,3 | 142,9 | 8503 | 39,63 | 3489,75 | 579,4 | 5441,1 | 371,62 |
| **ср** | 37,16666667 | 2,55 | 23,81666667 | 1417,166667 | 6,605 | 581,625 | 96,56666667 | 906,85 | 61,93666667 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -11,16666667 | -0,45 | -5,816666667 | 124,6944444 | 0,2025 | 33,83361111 | 5,025 | 64,95277778 | 2,6175 |
| **2** | -2,166666667 | -0,25 | -2,816666667 | 4,694444444 | 0,0625 | 7,933611111 | 0,5416666667 | 6,102777778 | 0,7041666667 |
| **3** | -1,166666667 | -0,15 | -1,716666667 | 1,361111111 | 0,0225 | 2,946944444 | 0,175 | 2,002777778 | 0,2575 |
| **4** | 2,833333333 | 0,05 | 1,483333333 | 8,027777778 | 0,0025 | 2,200277778 | 0,1416666667 | 4,202777778 | 0,07416666667 |
| **5** | 3,833333333 | 0,35 | 4,183333333 | 14,69444444 | 0,1225 | 17,50027778 | 1,341666667 | 16,03611111 | 1,464166667 |
| **6** | 7,833333333 | 0,45 | 4,683333333 | 61,36111111 | 0,2025 | 21,93361111 | 3,525 | 36,68611111 | 2,1075 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 214,8333333 | 0,615 | 86,34833333 | 10,75 | 129,9833333 | 7,225 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 64,5 | 35,90264614 | 15,3 | **0,1174199322** |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,9352335389 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,9543547882 |
| **rzy** | 0,9914556998 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,9352335389 | 0,9543547882 |
| 0,9352335389 | 1 | 0,9914556998 |
| 0,9543547882 | 0,9914556998 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9993009381 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,9937137625 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 118,1844341 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдено критическое значение распределения Фишера:

| **Fкр** | 9,55 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t >> Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является заведомо значимым.

| **Ответ** | "Коэффициент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между урожайностью и условиями выращивания культуры является довольно тесной.

### *Задание 3*

При изучении финансовой деятельности компании в течение некоторого времени был собран статистический материал. В таблице содержатся данные о ежемесячной прибыли Z (тыс. усл. ед.) , расходах на рекламу X (тыс. усл. ед.) и вложении капитала в ценные бумаги Y (тыс. усл. ед.).

| Z | 10 | 12 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.2 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
| Y | 0.8 | 0.2 | 1 | 1.2 | 0.9 | 1 | 1.1 |

Определить тесноту связи между переменной Z и переменными X и Y с помощью выборочного множественного коэффициента корреляции R и определить его значимость на уровне α = 0.05.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 0,2 | 0,8 | 10 | 100 | 0,64 | 100 | 8 | 2 | 8 |
| **2** | 0,5 | 0,2 | 12 | 144 | 0,04 | 144 | 2,4 | 6 | 2,4 |
| **3** | 0,3 | 1 | 12 | 144 | 1 | 144 | 12 | 3,6 | 12 |
| **4** | 0,5 | 1,2 | 14 | 196 | 1,44 | 196 | 16,8 | 7 | 16,8 |
| **5** | 0,5 | 0,9 | 16 | 256 | 0,81 | 256 | 14,4 | 8 | 14,4 |
| **6** | 0,6 | 1 | 17 | 289 | 1 | 289 | 17 | 10,2 | 17 |
| **7** | 0,8 | 1,1 | 18 | 324 | 1,21 | 324 | 19,8 | 14,4 | 19,8 |
| **∑** | 3,4 | 6,2 | 99 | 1453 | 6,14 | 1453 | 90,4 | 51,2 | 90,4 |
| **ср** | 0,4857142857 | 0,8857142857 | 14,14285714 | 207,5714286 | 0,8771428571 | 207,5714286 | 12,91428571 | 7,314285714 | 12,91428571 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -0,2857142857 | -0,08571428571 | -4,142857143 | 0,08163265306 | 0,007346938776 | 17,16326531 | 0,02448979592 | 1,183673469 | 0,3551020408 |
| **2** | 0,01428571429 | -0,6857142857 | -2,142857143 | 0,0002040816327 | 0,4702040816 | 4,591836735 | -0,009795918367 | -0,0306122449 | 1,469387755 |
| **3** | -0,1857142857 | 0,1142857143 | -2,142857143 | 0,03448979592 | 0,01306122449 | 4,591836735 | -0,0212244898 | 0,3979591837 | -0,2448979592 |
| **4** | 0,01428571429 | 0,3142857143 | -0,1428571429 | 0,0002040816327 | 0,0987755102 | 0,02040816327 | 0,004489795918 | -0,002040816327 | -0,04489795918 |
| **5** | 0,01428571429 | 0,01428571429 | 1,857142857 | 0,0002040816327 | 0,0002040816327 | 3,448979592 | 0,0002040816327 | 0,02653061224 | 0,02653061224 |
| **6** | 0,1142857143 | 0,1142857143 | 2,857142857 | 0,01306122449 | 0,01306122449 | 8,163265306 | 0,01306122449 | 0,3265306122 | 0,3265306122 |
| **7** | 0,3142857143 | 0,2142857143 | 3,857142857 | 0,0987755102 | 0,04591836735 | 14,87755102 | 0,06734693878 | 1,212244898 | 0,8265306122 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 0,2285714286 | 0,6485714286 | 52,85714286 | 0,07857142857 | 3,114285714 | 2,714285714 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 611,72 | 100,7940474 | 6,2 | 0,9788724496 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,2040679359 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,8959744808 |
| **rzy** | 0,4635801295 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,2040679359 | 0,8959744808 |
| 0,2040679359 | 1 | 0,4635801295 |
| 0,8959744808 | 0,4635801295 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9432915032 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,8874013295 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 7,410928557 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдена критическое значение распределения Фишера

| **Fкр** | 6,94 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t > Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является значимым.

| **Вывод** | "Коэффицент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между прибылью и рекламой и вложениями в ценные бумаги является довольно тесной.

## **Лабораторная работа №7. Часть 2**

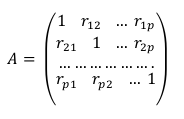
*Выполнил Иванов Н. Р.*

**Цель работы:** Вычисление коэффициентов корреляции.

**Оборудования:** ПК, Microsoft Excel.

### *Использованные формулы:*

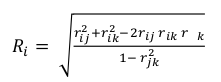
1. Матрица выборочных парных коэффициентов корреляции



1. Выборочный множественный коэффициент корреляции



Для р = 3 из формулы можно получить



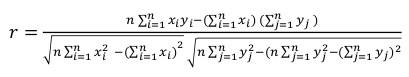
где i ≠ j, i ≠ k, k ≠ j.

1. Множественный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, если статистика



где Fкр - критическое значение распределения Фишера на уровне значимости α при числе степеней свободы k1 = p – 1, k2 = n – p. Здесь n - число одновременных наблюдений величин x1, x2, x3, …. , xp

1. Коэффициенты r вычисляются по данным выборки, формула справедлива, если данные не сгруппированы:



1. Коэффициент корреляции — параметр, который характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

### *Задание 2*

Проведено исследование шести фермерских хозяйств для изучения зависимости урожайности зерновых культур (Z, ц/га) от качества пашни (X, в баллах) и количества внесенных минеральных удобрений на 1 га пашни (Y, кг/га).   
 Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| X | 26 | 35 | 36 | 40 | 41 | 45 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 2.1 | 2.3 | 2.4 | 2.6 | 2.9 | 3.0 |
| Z | 18.0 | 21.0 | 22.1 | 25.3 | 28 | 28.5 |

Определить тесноту связи между величиной Z и величинами X и Y, используя множественный коэффициент корреляции. Проверить на уровне α= 0.05 значимость Rz.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 26 | 2,1 | 18 | 676 | 4,41 | 324 | 54,6 | 468 | 37,8 |
| **2** | 35 | 2,3 | 21 | 1225 | 5,29 | 441 | 80,5 | 735 | 48,3 |
| **3** | 36 | 2,4 | 22,1 | 1296 | 5,76 | 488,41 | 86,4 | 795,6 | 53,04 |
| **4** | 40 | 2,6 | 25,3 | 1600 | 6,76 | 640,09 | 104 | 1012 | 65,78 |
| **5** | 41 | 2,9 | 28 | 1681 | 8,41 | 784 | 118,9 | 1148 | 81,2 |
| **6** | 45 | 3 | 28,5 | 2025 | 9 | 812,25 | 135 | 1282,5 | 85,5 |
| **∑** | 223 | 15,3 | 142,9 | 8503 | 39,63 | 3489,75 | 579,4 | 5441,1 | 371,62 |
| **ср** | 37,16666667 | 2,55 | 23,81666667 | 1417,166667 | 6,605 | 581,625 | 96,56666667 | 906,85 | 61,93666667 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -11,16666667 | -0,45 | -5,816666667 | 124,6944444 | 0,2025 | 33,83361111 | 5,025 | 64,95277778 | 2,6175 |
| **2** | -2,166666667 | -0,25 | -2,816666667 | 4,694444444 | 0,0625 | 7,933611111 | 0,5416666667 | 6,102777778 | 0,7041666667 |
| **3** | -1,166666667 | -0,15 | -1,716666667 | 1,361111111 | 0,0225 | 2,946944444 | 0,175 | 2,002777778 | 0,2575 |
| **4** | 2,833333333 | 0,05 | 1,483333333 | 8,027777778 | 0,0025 | 2,200277778 | 0,1416666667 | 4,202777778 | 0,07416666667 |
| **5** | 3,833333333 | 0,35 | 4,183333333 | 14,69444444 | 0,1225 | 17,50027778 | 1,341666667 | 16,03611111 | 1,464166667 |
| **6** | 7,833333333 | 0,45 | 4,683333333 | 61,36111111 | 0,2025 | 21,93361111 | 3,525 | 36,68611111 | 2,1075 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 214,8333333 | 0,615 | 86,34833333 | 10,75 | 129,9833333 | 7,225 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 64,5 | 35,90264614 | 15,3 | **0,1174199322** |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,9352335389 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,9543547882 |
| **rzy** | 0,9914556998 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,9352335389 | 0,9543547882 |
| 0,9352335389 | 1 | 0,9914556998 |
| 0,9543547882 | 0,9914556998 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9993009381 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,9937137625 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 118,1844341 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдено критическое значение распределения Фишера:

| **Fкр** | 9,55 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t >> Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является заведомо значимым.

| **Ответ** | "Коэффициент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между урожайностью и условиями выращивания культуры является довольно тесной.

### *Задание 3*

При изучении финансовой деятельности компании в течение некоторого времени был собран статистический материал. В таблице содержатся данные о ежемесячной прибыли Z (тыс. усл. ед.) , расходах на рекламу X (тыс. усл. ед.) и вложении капитала в ценные бумаги Y (тыс. усл. ед.).

| Z | 10 | 12 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.2 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
| Y | 0.8 | 0.2 | 1 | 1.2 | 0.9 | 1 | 1.1 |

Определить тесноту связи между переменной Z и переменными X и Y с помощью выборочного множественного коэффициента корреляции R и определить его значимость на уровне α = 0.05.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 0,2 | 0,8 | 10 | 100 | 0,64 | 100 | 8 | 2 | 8 |
| **2** | 0,5 | 0,2 | 12 | 144 | 0,04 | 144 | 2,4 | 6 | 2,4 |
| **3** | 0,3 | 1 | 12 | 144 | 1 | 144 | 12 | 3,6 | 12 |
| **4** | 0,5 | 1,2 | 14 | 196 | 1,44 | 196 | 16,8 | 7 | 16,8 |
| **5** | 0,5 | 0,9 | 16 | 256 | 0,81 | 256 | 14,4 | 8 | 14,4 |
| **6** | 0,6 | 1 | 17 | 289 | 1 | 289 | 17 | 10,2 | 17 |
| **7** | 0,8 | 1,1 | 18 | 324 | 1,21 | 324 | 19,8 | 14,4 | 19,8 |
| **∑** | 3,4 | 6,2 | 99 | 1453 | 6,14 | 1453 | 90,4 | 51,2 | 90,4 |
| **ср** | 0,4857142857 | 0,8857142857 | 14,14285714 | 207,5714286 | 0,8771428571 | 207,5714286 | 12,91428571 | 7,314285714 | 12,91428571 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -0,2857142857 | -0,08571428571 | -4,142857143 | 0,08163265306 | 0,007346938776 | 17,16326531 | 0,02448979592 | 1,183673469 | 0,3551020408 |
| **2** | 0,01428571429 | -0,6857142857 | -2,142857143 | 0,0002040816327 | 0,4702040816 | 4,591836735 | -0,009795918367 | -0,0306122449 | 1,469387755 |
| **3** | -0,1857142857 | 0,1142857143 | -2,142857143 | 0,03448979592 | 0,01306122449 | 4,591836735 | -0,0212244898 | 0,3979591837 | -0,2448979592 |
| **4** | 0,01428571429 | 0,3142857143 | -0,1428571429 | 0,0002040816327 | 0,0987755102 | 0,02040816327 | 0,004489795918 | -0,002040816327 | -0,04489795918 |
| **5** | 0,01428571429 | 0,01428571429 | 1,857142857 | 0,0002040816327 | 0,0002040816327 | 3,448979592 | 0,0002040816327 | 0,02653061224 | 0,02653061224 |
| **6** | 0,1142857143 | 0,1142857143 | 2,857142857 | 0,01306122449 | 0,01306122449 | 8,163265306 | 0,01306122449 | 0,3265306122 | 0,3265306122 |
| **7** | 0,3142857143 | 0,2142857143 | 3,857142857 | 0,0987755102 | 0,04591836735 | 14,87755102 | 0,06734693878 | 1,212244898 | 0,8265306122 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 0,2285714286 | 0,6485714286 | 52,85714286 | 0,07857142857 | 3,114285714 | 2,714285714 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 611,72 | 100,7940474 | 6,2 | 0,9788724496 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,2040679359 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,8959744808 |
| **rzy** | 0,4635801295 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,2040679359 | 0,8959744808 |
| 0,2040679359 | 1 | 0,4635801295 |
| 0,8959744808 | 0,4635801295 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9432915032 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,8874013295 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 7,410928557 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдена критическое значение распределения Фишера

| **Fкр** | 6,94 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t > Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является значимым.

| **Вывод** | "Коэффицент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между прибылью и рекламой и вложениями в ценные бумаги является довольно тесной.

## **Лабораторная работа №7. Часть 2**

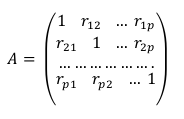
*Выполнил Рожков М. В.*

**Цель работы:** Вычисление коэффициентов корреляции.

**Оборудования:** ПК, Microsoft Excel.

### *Использованные формулы:*

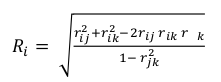
1. Матрица выборочных парных коэффициентов корреляции



1. Выборочный множественный коэффициент корреляции



Для р = 3 из формулы можно получить



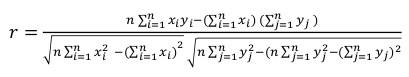
где i ≠ j, i ≠ k, k ≠ j.

1. Множественный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, если статистика



где Fкр - критическое значение распределения Фишера на уровне значимости α при числе степеней свободы k1 = p – 1, k2 = n – p. Здесь n - число одновременных наблюдений величин x1, x2, x3, …. , xp

1. Коэффициенты r вычисляются по данным выборки, формула справедлива, если данные не сгруппированы:



1. Коэффициент корреляции — параметр, который характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

### *Задание 2*

Проведено исследование шести фермерских хозяйств для изучения зависимости урожайности зерновых культур (Z, ц/га) от качества пашни (X, в баллах) и количества внесенных минеральных удобрений на 1 га пашни (Y, кг/га).   
 Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| X | 26 | 35 | 36 | 40 | 41 | 45 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 2.1 | 2.3 | 2.4 | 2.6 | 2.9 | 3.0 |
| Z | 18.0 | 21.0 | 22.1 | 25.3 | 28 | 28.5 |

Определить тесноту связи между величиной Z и величинами X и Y, используя множественный коэффициент корреляции. Проверить на уровне α= 0.05 значимость Rz.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 26 | 2,1 | 18 | 676 | 4,41 | 324 | 54,6 | 468 | 37,8 |
| **2** | 35 | 2,3 | 21 | 1225 | 5,29 | 441 | 80,5 | 735 | 48,3 |
| **3** | 36 | 2,4 | 22,1 | 1296 | 5,76 | 488,41 | 86,4 | 795,6 | 53,04 |
| **4** | 40 | 2,6 | 25,3 | 1600 | 6,76 | 640,09 | 104 | 1012 | 65,78 |
| **5** | 41 | 2,9 | 28 | 1681 | 8,41 | 784 | 118,9 | 1148 | 81,2 |
| **6** | 45 | 3 | 28,5 | 2025 | 9 | 812,25 | 135 | 1282,5 | 85,5 |
| **∑** | 223 | 15,3 | 142,9 | 8503 | 39,63 | 3489,75 | 579,4 | 5441,1 | 371,62 |
| **ср** | 37,16666667 | 2,55 | 23,81666667 | 1417,166667 | 6,605 | 581,625 | 96,56666667 | 906,85 | 61,93666667 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -11,16666667 | -0,45 | -5,816666667 | 124,6944444 | 0,2025 | 33,83361111 | 5,025 | 64,95277778 | 2,6175 |
| **2** | -2,166666667 | -0,25 | -2,816666667 | 4,694444444 | 0,0625 | 7,933611111 | 0,5416666667 | 6,102777778 | 0,7041666667 |
| **3** | -1,166666667 | -0,15 | -1,716666667 | 1,361111111 | 0,0225 | 2,946944444 | 0,175 | 2,002777778 | 0,2575 |
| **4** | 2,833333333 | 0,05 | 1,483333333 | 8,027777778 | 0,0025 | 2,200277778 | 0,1416666667 | 4,202777778 | 0,07416666667 |
| **5** | 3,833333333 | 0,35 | 4,183333333 | 14,69444444 | 0,1225 | 17,50027778 | 1,341666667 | 16,03611111 | 1,464166667 |
| **6** | 7,833333333 | 0,45 | 4,683333333 | 61,36111111 | 0,2025 | 21,93361111 | 3,525 | 36,68611111 | 2,1075 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 214,8333333 | 0,615 | 86,34833333 | 10,75 | 129,9833333 | 7,225 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 64,5 | 35,90264614 | 15,3 | **0,1174199322** |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,9352335389 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,9543547882 |
| **rzy** | 0,9914556998 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,9352335389 | 0,9543547882 |
| 0,9352335389 | 1 | 0,9914556998 |
| 0,9543547882 | 0,9914556998 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9993009381 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,9937137625 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 118,1844341 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдено критическое значение распределения Фишера:

| **Fкр** | 9,55 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t >> Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является заведомо значимым.

| **Ответ** | "Коэффициент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между урожайностью и условиями выращивания культуры является довольно тесной.

### *Задание 3*

При изучении финансовой деятельности компании в течение некоторого времени был собран статистический материал. В таблице содержатся данные о ежемесячной прибыли Z (тыс. усл. ед.) , расходах на рекламу X (тыс. усл. ед.) и вложении капитала в ценные бумаги Y (тыс. усл. ед.).

| Z | 10 | 12 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.2 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
| Y | 0.8 | 0.2 | 1 | 1.2 | 0.9 | 1 | 1.1 |

Определить тесноту связи между переменной Z и переменными X и Y с помощью выборочного множественного коэффициента корреляции R и определить его значимость на уровне α = 0.05.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 0,2 | 0,8 | 10 | 100 | 0,64 | 100 | 8 | 2 | 8 |
| **2** | 0,5 | 0,2 | 12 | 144 | 0,04 | 144 | 2,4 | 6 | 2,4 |
| **3** | 0,3 | 1 | 12 | 144 | 1 | 144 | 12 | 3,6 | 12 |
| **4** | 0,5 | 1,2 | 14 | 196 | 1,44 | 196 | 16,8 | 7 | 16,8 |
| **5** | 0,5 | 0,9 | 16 | 256 | 0,81 | 256 | 14,4 | 8 | 14,4 |
| **6** | 0,6 | 1 | 17 | 289 | 1 | 289 | 17 | 10,2 | 17 |
| **7** | 0,8 | 1,1 | 18 | 324 | 1,21 | 324 | 19,8 | 14,4 | 19,8 |
| **∑** | 3,4 | 6,2 | 99 | 1453 | 6,14 | 1453 | 90,4 | 51,2 | 90,4 |
| **ср** | 0,4857142857 | 0,8857142857 | 14,14285714 | 207,5714286 | 0,8771428571 | 207,5714286 | 12,91428571 | 7,314285714 | 12,91428571 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -0,2857142857 | -0,08571428571 | -4,142857143 | 0,08163265306 | 0,007346938776 | 17,16326531 | 0,02448979592 | 1,183673469 | 0,3551020408 |
| **2** | 0,01428571429 | -0,6857142857 | -2,142857143 | 0,0002040816327 | 0,4702040816 | 4,591836735 | -0,009795918367 | -0,0306122449 | 1,469387755 |
| **3** | -0,1857142857 | 0,1142857143 | -2,142857143 | 0,03448979592 | 0,01306122449 | 4,591836735 | -0,0212244898 | 0,3979591837 | -0,2448979592 |
| **4** | 0,01428571429 | 0,3142857143 | -0,1428571429 | 0,0002040816327 | 0,0987755102 | 0,02040816327 | 0,004489795918 | -0,002040816327 | -0,04489795918 |
| **5** | 0,01428571429 | 0,01428571429 | 1,857142857 | 0,0002040816327 | 0,0002040816327 | 3,448979592 | 0,0002040816327 | 0,02653061224 | 0,02653061224 |
| **6** | 0,1142857143 | 0,1142857143 | 2,857142857 | 0,01306122449 | 0,01306122449 | 8,163265306 | 0,01306122449 | 0,3265306122 | 0,3265306122 |
| **7** | 0,3142857143 | 0,2142857143 | 3,857142857 | 0,0987755102 | 0,04591836735 | 14,87755102 | 0,06734693878 | 1,212244898 | 0,8265306122 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 0,2285714286 | 0,6485714286 | 52,85714286 | 0,07857142857 | 3,114285714 | 2,714285714 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 611,72 | 100,7940474 | 6,2 | 0,9788724496 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,2040679359 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,8959744808 |
| **rzy** | 0,4635801295 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,2040679359 | 0,8959744808 |
| 0,2040679359 | 1 | 0,4635801295 |
| 0,8959744808 | 0,4635801295 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9432915032 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,8874013295 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 7,410928557 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдена критическое значение распределения Фишера

| **Fкр** | 6,94 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t > Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является значимым.

| **Вывод** | "Коэффицент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между прибылью и рекламой и вложениями в ценные бумаги является довольно тесной.

## **Лабораторная работа №7. Часть 2**

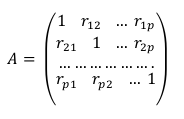
*Выполнил Шардт М. А.*

**Цель работы:** Вычисление коэффициентов корреляции.

**Оборудования:** ПК, Microsoft Excel.

### *Использованные формулы:*

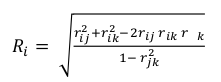
1. Матрица выборочных парных коэффициентов корреляции



1. Выборочный множественный коэффициент корреляции



Для р = 3 из формулы можно получить



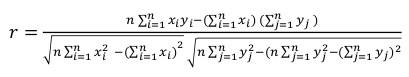
где i ≠ j, i ≠ k, k ≠ j.

1. Множественный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, если статистика



где Fкр - критическое значение распределения Фишера на уровне значимости α при числе степеней свободы k1 = p – 1, k2 = n – p. Здесь n - число одновременных наблюдений величин x1, x2, x3, …. , xp

1. Коэффициенты r вычисляются по данным выборки, формула справедлива, если данные не сгруппированы:



1. Коэффициент корреляции — параметр, который характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

### *Задание 2*

Проведено исследование шести фермерских хозяйств для изучения зависимости урожайности зерновых культур (Z, ц/га) от качества пашни (X, в баллах) и количества внесенных минеральных удобрений на 1 га пашни (Y, кг/га).   
 Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| X | 26 | 35 | 36 | 40 | 41 | 45 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 2.1 | 2.3 | 2.4 | 2.6 | 2.9 | 3.0 |
| Z | 18.0 | 21.0 | 22.1 | 25.3 | 28 | 28.5 |

Определить тесноту связи между величиной Z и величинами X и Y, используя множественный коэффициент корреляции. Проверить на уровне α= 0.05 значимость Rz.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 26 | 2,1 | 18 | 676 | 4,41 | 324 | 54,6 | 468 | 37,8 |
| **2** | 35 | 2,3 | 21 | 1225 | 5,29 | 441 | 80,5 | 735 | 48,3 |
| **3** | 36 | 2,4 | 22,1 | 1296 | 5,76 | 488,41 | 86,4 | 795,6 | 53,04 |
| **4** | 40 | 2,6 | 25,3 | 1600 | 6,76 | 640,09 | 104 | 1012 | 65,78 |
| **5** | 41 | 2,9 | 28 | 1681 | 8,41 | 784 | 118,9 | 1148 | 81,2 |
| **6** | 45 | 3 | 28,5 | 2025 | 9 | 812,25 | 135 | 1282,5 | 85,5 |
| **∑** | 223 | 15,3 | 142,9 | 8503 | 39,63 | 3489,75 | 579,4 | 5441,1 | 371,62 |
| **ср** | 37,16666667 | 2,55 | 23,81666667 | 1417,166667 | 6,605 | 581,625 | 96,56666667 | 906,85 | 61,93666667 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -11,16666667 | -0,45 | -5,816666667 | 124,6944444 | 0,2025 | 33,83361111 | 5,025 | 64,95277778 | 2,6175 |
| **2** | -2,166666667 | -0,25 | -2,816666667 | 4,694444444 | 0,0625 | 7,933611111 | 0,5416666667 | 6,102777778 | 0,7041666667 |
| **3** | -1,166666667 | -0,15 | -1,716666667 | 1,361111111 | 0,0225 | 2,946944444 | 0,175 | 2,002777778 | 0,2575 |
| **4** | 2,833333333 | 0,05 | 1,483333333 | 8,027777778 | 0,0025 | 2,200277778 | 0,1416666667 | 4,202777778 | 0,07416666667 |
| **5** | 3,833333333 | 0,35 | 4,183333333 | 14,69444444 | 0,1225 | 17,50027778 | 1,341666667 | 16,03611111 | 1,464166667 |
| **6** | 7,833333333 | 0,45 | 4,683333333 | 61,36111111 | 0,2025 | 21,93361111 | 3,525 | 36,68611111 | 2,1075 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 214,8333333 | 0,615 | 86,34833333 | 10,75 | 129,9833333 | 7,225 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 64,5 | 35,90264614 | 15,3 | **0,1174199322** |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,9352335389 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,9543547882 |
| **rzy** | 0,9914556998 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,9352335389 | 0,9543547882 |
| 0,9352335389 | 1 | 0,9914556998 |
| 0,9543547882 | 0,9914556998 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9993009381 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,9937137625 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 118,1844341 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдено критическое значение распределения Фишера:

| **Fкр** | 9,55 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t >> Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является заведомо значимым.

| **Ответ** | "Коэффициент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между урожайностью и условиями выращивания культуры является довольно тесной.

### *Задание 3*

При изучении финансовой деятельности компании в течение некоторого времени был собран статистический материал. В таблице содержатся данные о ежемесячной прибыли Z (тыс. усл. ед.) , расходах на рекламу X (тыс. усл. ед.) и вложении капитала в ценные бумаги Y (тыс. усл. ед.).

| Z | 10 | 12 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.2 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
| Y | 0.8 | 0.2 | 1 | 1.2 | 0.9 | 1 | 1.1 |

Определить тесноту связи между переменной Z и переменными X и Y с помощью выборочного множественного коэффициента корреляции R и определить его значимость на уровне α = 0.05.

*Решение:*

Перед вычислением матрицы парных коэффициентов корреляции необходимо составить расчетную таблицу:

| **i** | **𝑥𝑖** | **𝑦𝑖** | **𝑧𝑖** | **𝑥𝑖2** | **𝑦𝑖2** | **𝑧𝑖2** | **𝑥𝑖 𝑦𝑖** | **𝑥𝑖 𝑧𝑖** | **𝑦𝑖 𝑧𝑖** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | 0,2 | 0,8 | 10 | 100 | 0,64 | 100 | 8 | 2 | 8 |
| **2** | 0,5 | 0,2 | 12 | 144 | 0,04 | 144 | 2,4 | 6 | 2,4 |
| **3** | 0,3 | 1 | 12 | 144 | 1 | 144 | 12 | 3,6 | 12 |
| **4** | 0,5 | 1,2 | 14 | 196 | 1,44 | 196 | 16,8 | 7 | 16,8 |
| **5** | 0,5 | 0,9 | 16 | 256 | 0,81 | 256 | 14,4 | 8 | 14,4 |
| **6** | 0,6 | 1 | 17 | 289 | 1 | 289 | 17 | 10,2 | 17 |
| **7** | 0,8 | 1,1 | 18 | 324 | 1,21 | 324 | 19,8 | 14,4 | 19,8 |
| **∑** | 3,4 | 6,2 | 99 | 1453 | 6,14 | 1453 | 90,4 | 51,2 | 90,4 |
| **ср** | 0,4857142857 | 0,8857142857 | 14,14285714 | 207,5714286 | 0,8771428571 | 207,5714286 | 12,91428571 | 7,314285714 | 12,91428571 |

Далее были найдены коэффициенты корреляции, для этого была составлена таблицы с промежуточными вычислениями, для более удобных расчетов:

| **i** | **xi - xср** | **yi - yср** | **zi - zср** | **(xi - xср)2** | **(yi - yср)2** | **(zi - zср)2** | **(xi - xср) \* (yi - yср)** | **(xi - xср) \* (zi - zср)** | **(zi - zср) \* (yi - ycp)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | -0,2857142857 | -0,08571428571 | -4,142857143 | 0,08163265306 | 0,007346938776 | 17,16326531 | 0,02448979592 | 1,183673469 | 0,3551020408 |
| **2** | 0,01428571429 | -0,6857142857 | -2,142857143 | 0,0002040816327 | 0,4702040816 | 4,591836735 | -0,009795918367 | -0,0306122449 | 1,469387755 |
| **3** | -0,1857142857 | 0,1142857143 | -2,142857143 | 0,03448979592 | 0,01306122449 | 4,591836735 | -0,0212244898 | 0,3979591837 | -0,2448979592 |
| **4** | 0,01428571429 | 0,3142857143 | -0,1428571429 | 0,0002040816327 | 0,0987755102 | 0,02040816327 | 0,004489795918 | -0,002040816327 | -0,04489795918 |
| **5** | 0,01428571429 | 0,01428571429 | 1,857142857 | 0,0002040816327 | 0,0002040816327 | 3,448979592 | 0,0002040816327 | 0,02653061224 | 0,02653061224 |
| **6** | 0,1142857143 | 0,1142857143 | 2,857142857 | 0,01306122449 | 0,01306122449 | 8,163265306 | 0,01306122449 | 0,3265306122 | 0,3265306122 |
| **7** | 0,3142857143 | 0,2142857143 | 3,857142857 | 0,0987755102 | 0,04591836735 | 14,87755102 | 0,06734693878 | 1,212244898 | 0,8265306122 |
| **∑** | 0 | 0 | 0 | 0,2285714286 | 0,6485714286 | 52,85714286 | 0,07857142857 | 3,114285714 | 2,714285714 |

После чего пользуясь данными таблицы были найдены коэффициенты корреляции:

| **r** | 611,72 | 100,7940474 | 6,2 | 0,9788724496 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

| **rxy** | 0,2040679359 |
| --- | --- |
| **rxz** | 0,8959744808 |
| **rzy** | 0,4635801295 |

По полученным данным была составлена матрица корреляций:

| **A** | | |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,2040679359 | 0,8959744808 |
| 0,2040679359 | 1 | 0,4635801295 |
| 0,8959744808 | 0,4635801295 | 1 |

Далее был найден выборочный коэффициент корреляции:

| **R3** | 0,9432915032 |
| --- | --- |
| **Rz** | 0,8874013295 |

Для проверки значимости 𝑅𝑧 была составлена статистика:

| **t** | 7,410928557 |
| --- | --- |

Затем по табличным данным при α = 0.05 и числе степеней свободы k1 = p – 1 = 2, k2 = n – p = 3 было найдена критическое значение распределения Фишера

| **Fкр** | 6,94 |
| --- | --- |

После чего при сравнении значений так как t > Fкр, было выявлено, что коэффициент корреляции 𝑅𝑧 является значимым.

| **Вывод** | "Коэффицент R значимый" | |
| --- | --- | --- |

Таким образом, связь между прибылью и рекламой и вложениями в ценные бумаги является довольно тесной.